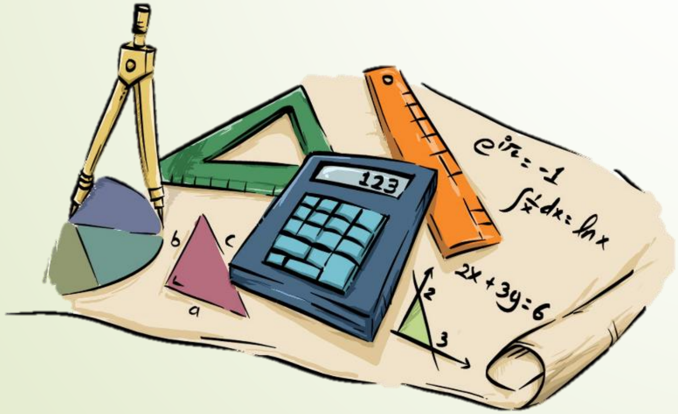
Подготовка к ОГЭ по математике. Задание 15 «Треугольники»



Волк Э.Х.

МБОУ «СШ №16 имени Героя России

Заволянского Валерия Ивановича»

Задание 15

Задание № 15 - это несложная планиметрическая задача с практическим содержанием.

Основные теоремы, понятия, определения:

• в прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов;

• если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны;

• если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключенные между этими сторонами равны, то такие треугольники подобны;

• коэффициент подобия показывает, во сколько раз стороны одного треугольника больше сторон другого треугольника;

Задание 15

- косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе;
- синусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к гипотенузе;
- тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к прилежащему катету;
- средняя линия треугольника параллельна одной из сторон треугольника и равна её половине;
- средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме;

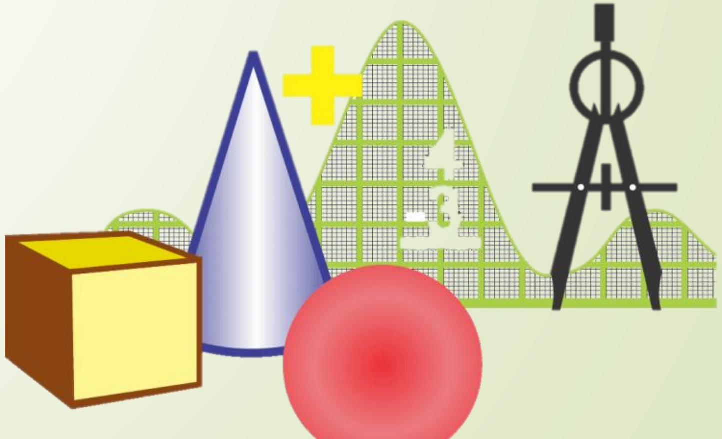
Задание 15

- стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов с коэффициентом пропорциональности, равным диаметру описанной окружности:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

- квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними:

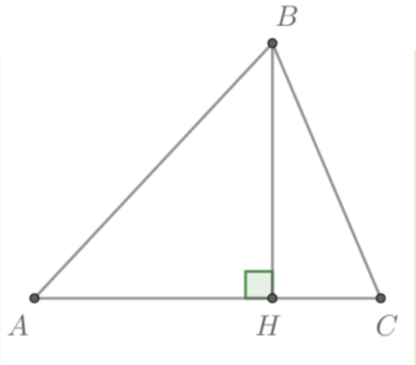
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$



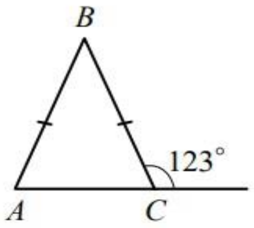
Расчет углов

В треугольнике два угла равны $38°$ и $89°$. Найдите его третий угол. Ответ дайте в градусах.

В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BH, $\angle BAC = 47°$. Найдите угол ABH. Ответ дайте в градусах.



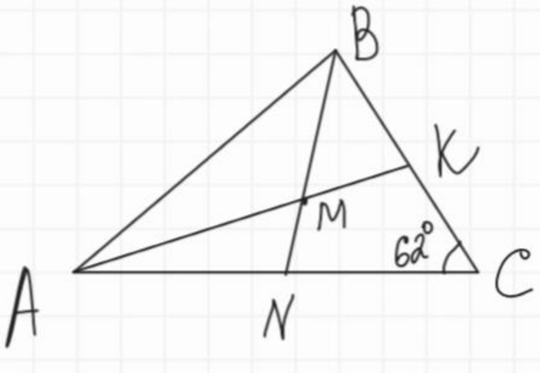
15 В равнобедренном треугольнике *ABC* с основанием *AC* внешний угол при вершине *C* равен $123°$. Найдите величину угла *BAC*. Ответ дайте в градусах.



Ответ: ______________________________.

15 Биссектрисы углов A и B треугольника ABC пересекаются в точке M. Найдите $\angle AMB$, если $\angle C = 62°$.

Ответ: ____________________.



Т.к. AK - биссектр и BN - биссектр, то $\angle BAM = \frac{1}{2}\angle A$

$\angle ABN = \frac{1}{2}\angle B$.

$\angle BAM + \angle ABN + \angle AMB = 180°$ (теорем. о сумме углов Δ)

$\frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \angle AMB = 180°$

$\angle AMB = 180° - \frac{1}{2}(\angle A + \angle B)$

ΔABC : $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

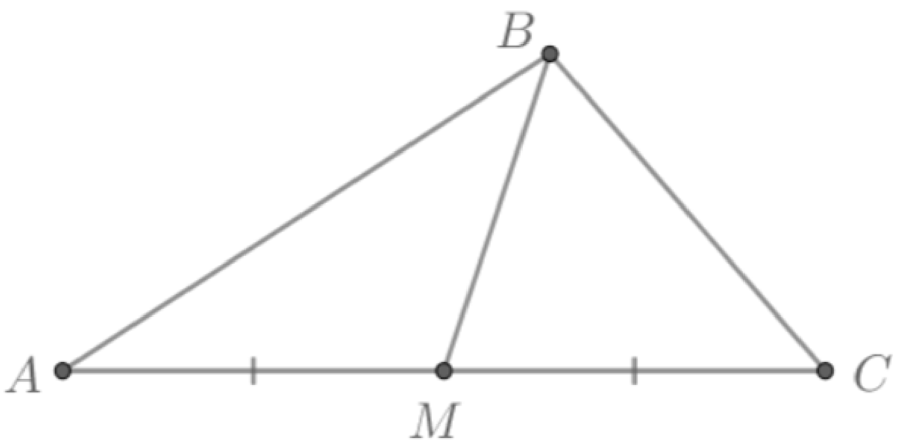
$\angle A + \angle B = 180° - 62°$

$\angle A + \angle B = 118°$

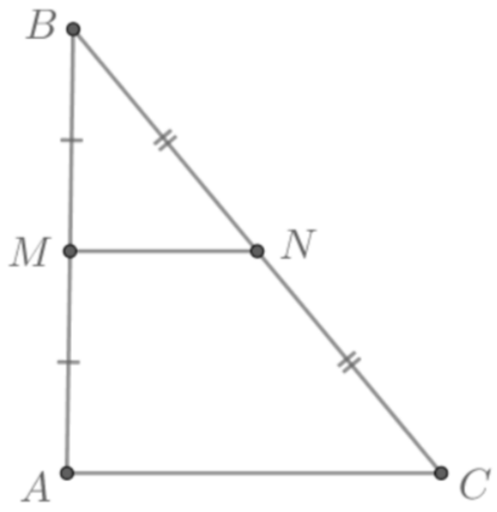
$\Rightarrow \angle AMB = 180° - \frac{1}{2} \cdot 118°$ $\Rightarrow \angle AMB = 121°$

Нахождение длин отрезков

В треугольнике ABC известно, что $AC = 35$, BM — медиана, $BM = 13$. Найдите AM.

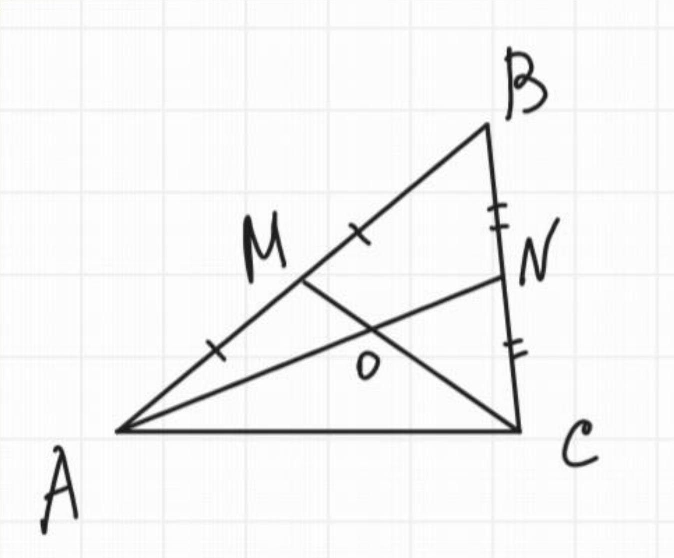


Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC, сторона AB равна 57, сторона BC равна 74, сторона AC равна 48. Найдите MN.



Сторона равностороннего треугольника равна $14\sqrt{3}$. Найдите биссектрису этого треугольника.

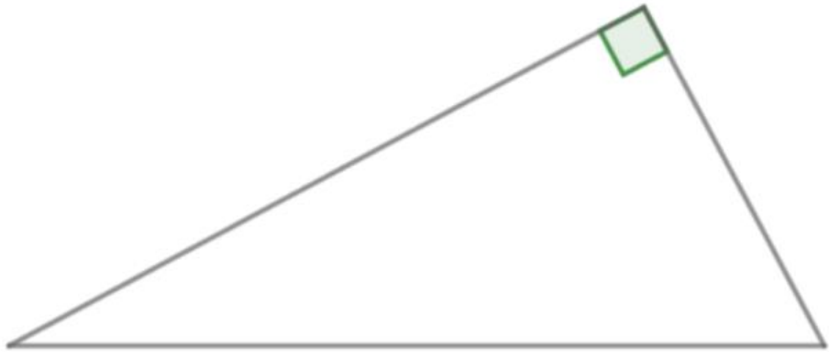
Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O, $AN = 27$, $CM = 15$. Найдите CO.



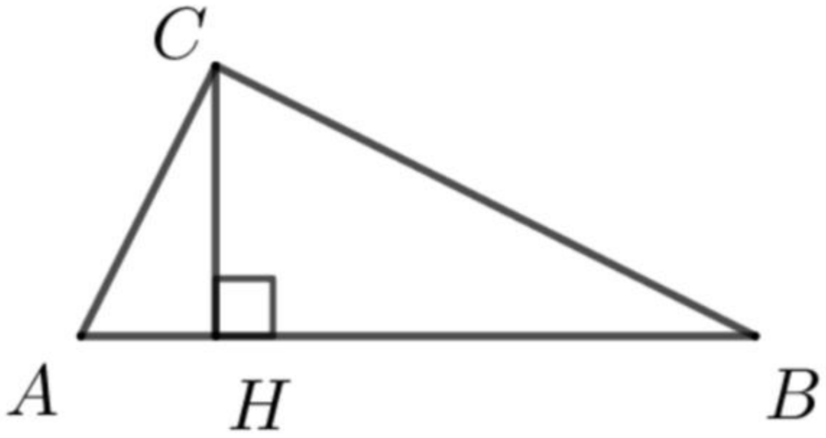
Так как M и N — середины сторон AB и BC, то CM и AN — медианы, которые по условию пересекаюся в точке O. Точкой пересечения медианы делятся в отношении $2 : 1$ считая от вершины, то есть $CO : OM = 2 : 1$. Тогда $CO = 2OM$, и при этом $CO + OM = CM$, то есть $3OM = CM = 15$, $OM = 5$. Отсюда получаем, что $CO = 10$.

Прямоугольный треугольник

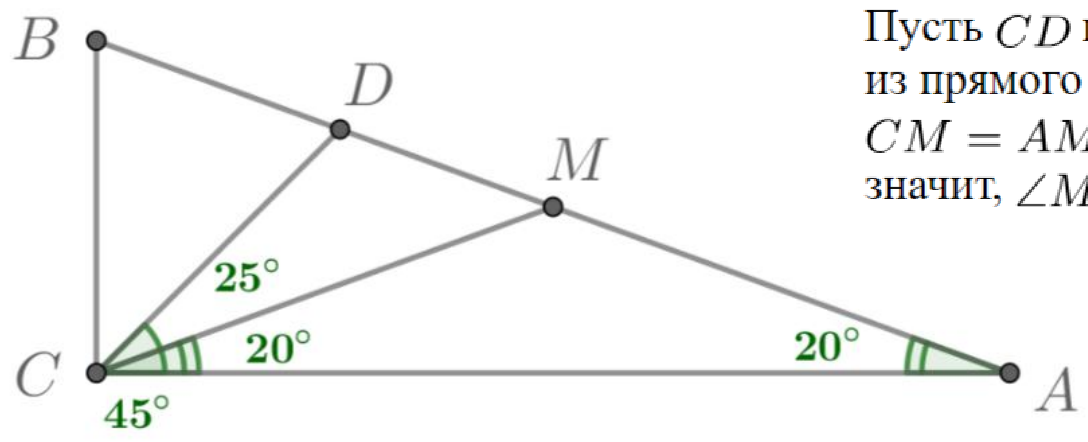
Катеты прямоугольного треугольника равны 16 и 30. Найдите гипотенузу этого треугольника.



На гипотенузу AB прямоугольного треугольника ABC опущена высота CH, $AH = 7, BH = 28.$ Найдите CH.



Найдите угол между медианой и биссектрисой, проведенными из прямого угла прямоугольного треугольника, если один из острых углов треугольника равен 20°. Ответ дайте в градусах.



Пусть $\angle C$ — прямой угол треугольника ABC и $\angle A = 20^\circ$.
Пусть CD и CM — соответственно биссектриса и медиана, проведенные из прямого угла. По свойству прямоугольного треугольника $CM = AM = BM$. Рассмотрим треугольник CAM. Он равнобедренный, значит, $\angle MCA = \angle MAC = \angle A = 20^\circ$.

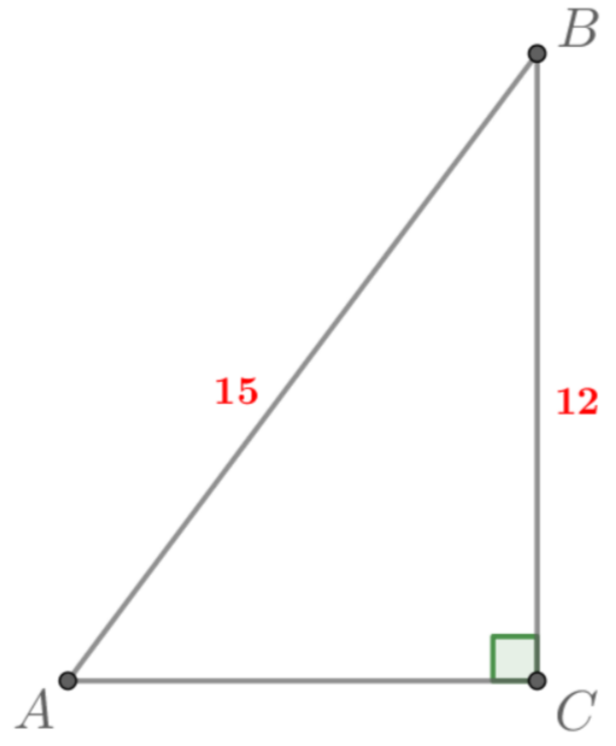
Так как CD — биссектриса прямого угла, то $\angle BCD = \angle DCA = \frac{1}{2} \cdot 90^\circ = 45^\circ$.
Тогда угол DCM между биссектрисой и медианой равен разности углов DCA и MCA, то есть

$$\angle DCM = \angle DCA - \angle MCA = 45^\circ - 20^\circ = 25^\circ$$

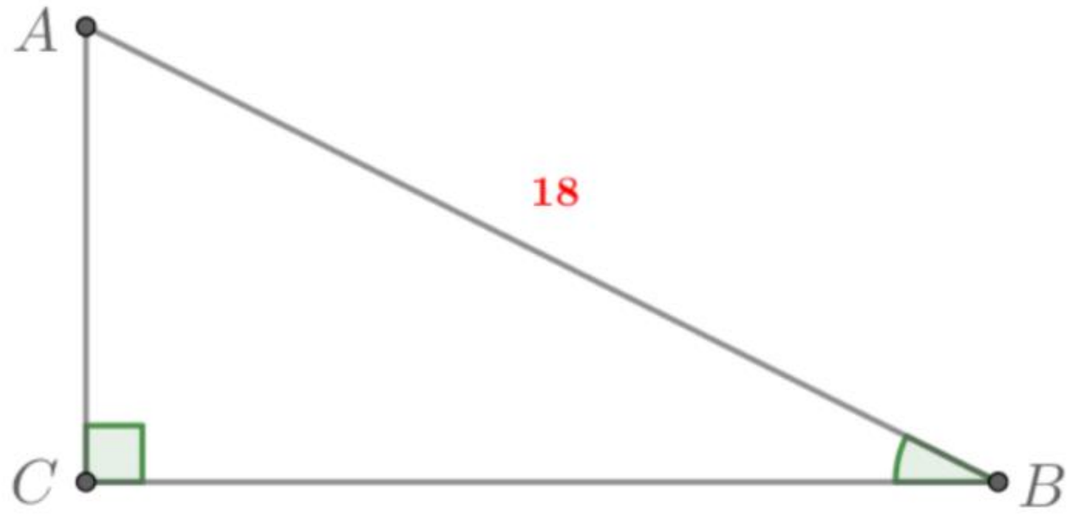
Ответ: 25

Тригонометрия

В треугольнике ABC угол C равен $90°$, $BC = 12$, $AB = 15$. Найдите $\cos B$.



В треугольнике ABC угол C равен $90°$, $\sin B = \frac{4}{9}$, $AB = 18$. Найдите AC.



Синус острого угла A треугольника ABC равен $\frac{\sqrt{7}}{4}$. Найдите $\cos A$.

Так как $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, то

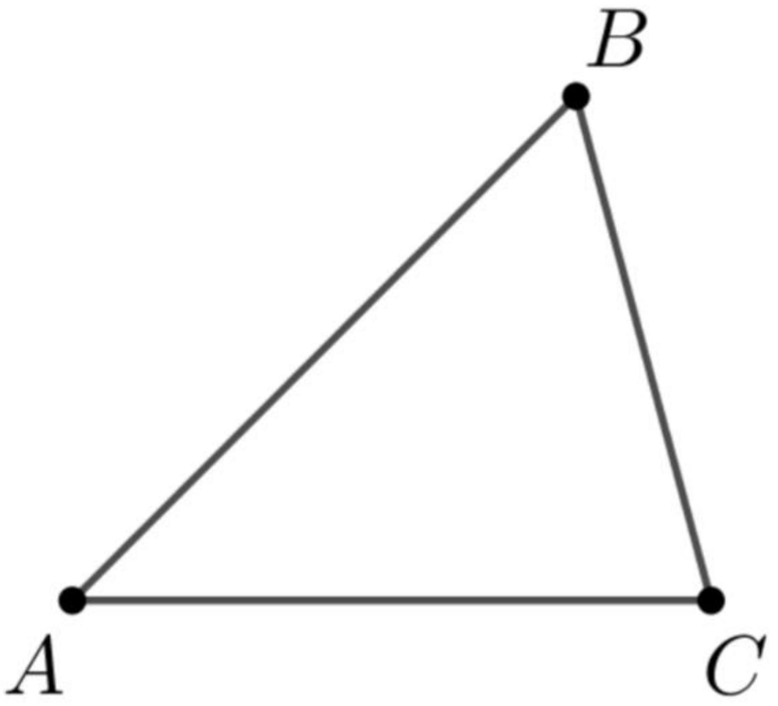
$$\cos \angle A = \sqrt{1 - \sin^2 \angle A} =$$

$$= \sqrt{1 - \frac{7}{16}} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

Ответ: 0,75

Теорема синусов и теорема косинусов

В треугольнике ABC угол A равен 45°, угол B равен 60°, $BC = 4\sqrt{6}$. Найдите AC.



По теореме синусов

$$\frac{AB}{\sin\angle C} = \frac{BC}{\sin\angle A} = \frac{AC}{\sin\angle B} \quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad AC = \frac{BC\cdot\sin\angle B}{\sin\angle A} = \frac{4\sqrt{6}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{4\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = 4\cdot 3 = 12$$

Ответ: 12

Теорема синусов и теорема косинусов

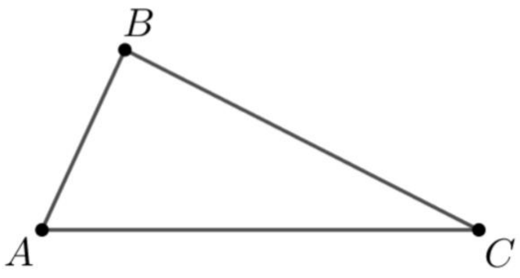
В треугольнике ABC известно, что $AB = 5, BC = 10, AC = 11$. Найдите $\cos \angle ABC$.

По теореме косинусов

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC$$

Подставим данные из условия:

$$11^2 = 5^2 + 10^2 - 2 \cdot 5 \cdot 10 \cdot \cos \angle ABC$$



$$121 = 25 + 100 - 100 \cos \angle ABC$$

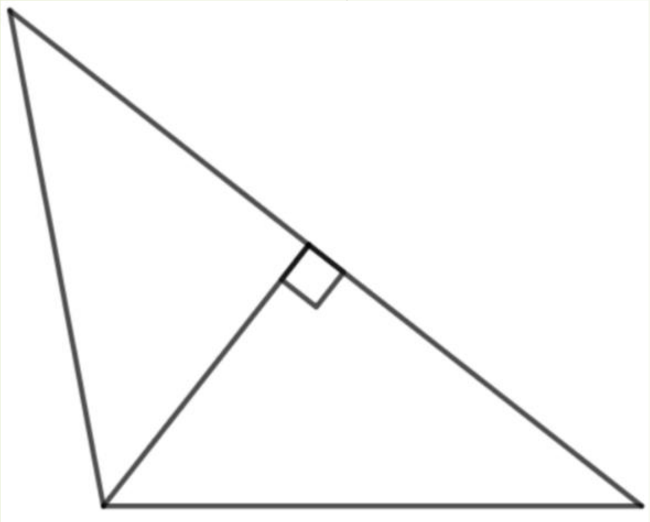
$$100 \cos \angle ABC = 4$$

$$\cos \angle ABC = \frac{4}{100} = 0,04$$

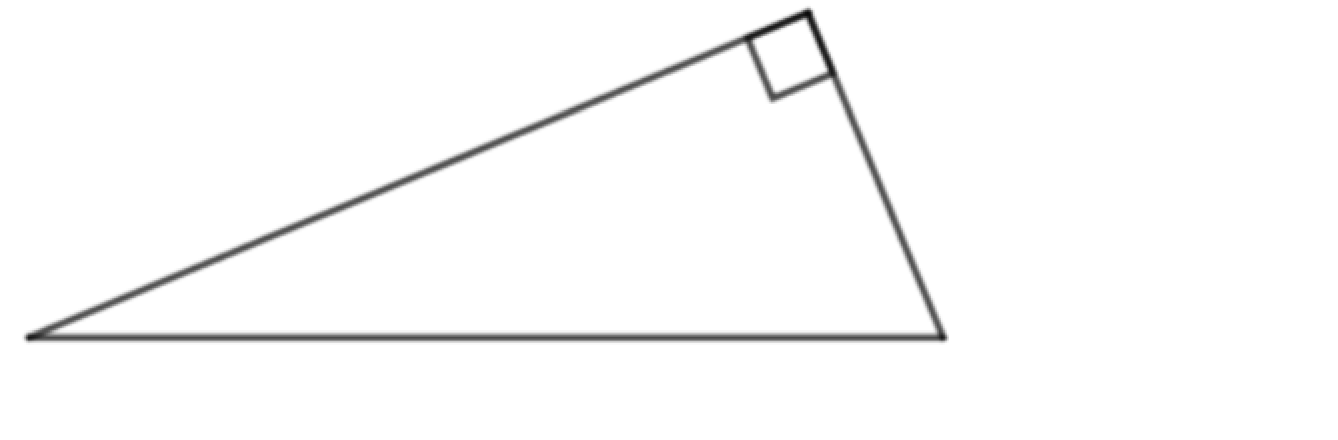
Ответ: 0,04

Площадь треугольников

Сторона треугольника равна 29, а высота, проведённая к этой стороне, равна 12. Найдите площадь этого треугольника.

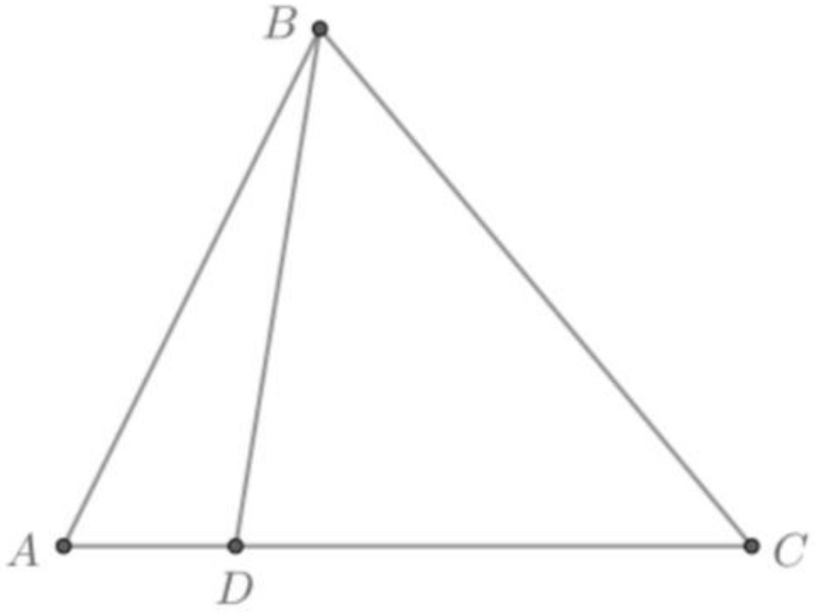


Два катета прямоугольного треугольника равны 7 и 12. Найдите его площадь.



Площадь треугольников

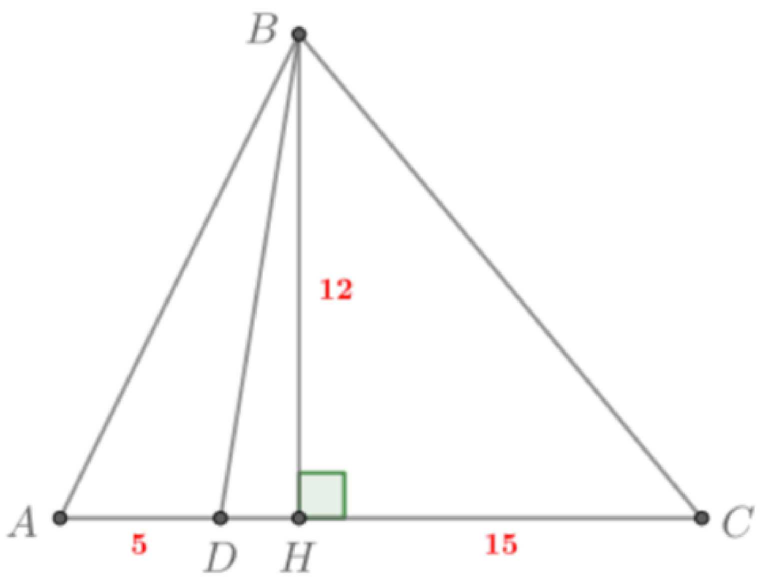
На стороне AC треугольника ABC отмечена точка D так, что $AD = 5$, $DC = 15$. Площадь треугольника ABC равна 120. Найдите площадь треугольника BCD.



Площадь треугольников

Пусть BH — высота треугольника ABC. Тогда

$$S_{ABC} = \frac{BH \cdot AC}{2} = \frac{BH \cdot (AD + CD)}{2} = \frac{BH \cdot 20}{2} = 10BH \quad \Rightarrow \quad BH = \frac{S_{ABC}}{10} = \frac{120}{10} = 12$$



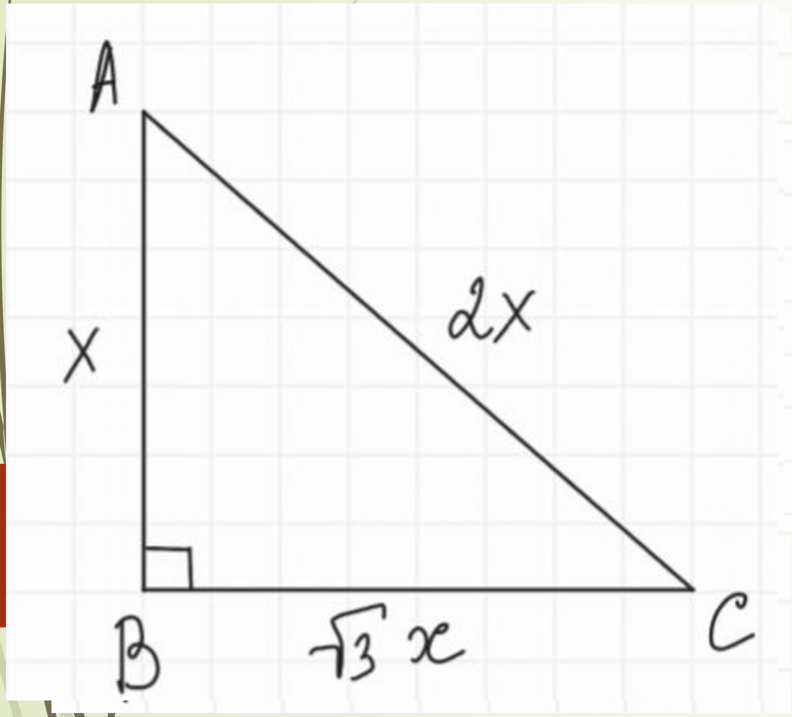
Заметим, что BH — высота треугольника BCD, значит,

$$S_{BCD} = \frac{BH \cdot CD}{2} = \frac{12 \cdot 15}{2} = 6 \cdot 15 = 90$$

Ответ: 90

Площадь треугольников

Площадь прямоугольного треугольника равна $800\sqrt{3}$. Один из острых углов равен $60°$. Найдите длину катета, прилежащего к этому углу.



$S = \frac{1}{2} AB \cdot BC$

т.к. $\angle A = 60°$, то $\angle C = 30°$

Пусть $AB - x$, тогда $AC - 2x$

т. Пифагора: $BC^2 = AC^2 - AB^2 \Rightarrow BC^2 = 4x^2 - x^2$

$BC^2 = 3x^2 \Rightarrow BC = \sqrt{3}x$

$800\sqrt{3} = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \sqrt{3}x \quad |:\sqrt{3} \Rightarrow 800 = \frac{1}{2}x^2 \quad |\cdot 2$

$x^2 = 1600 \Rightarrow x = 40$

Ответ: 40

Спасибо за внимание